

Hoofdstuk 1	
Populatie	Verzameling van elementen of objecten die we willen bestuderen
Variabelen	Kenmerken/eigenschappen die we onderzoeken
Steekproef	Deelverzameling vd populatie
Beschrijvende statistiek	Gegevens inzichtelijk voorstellen met tabellen en grafieken
Verklarende/inferentiële stat	Gegevens analyseren en besluiten veralgemenen naar populatie
Kansrekening	Studie v experimenten waarin toeval een rol speelt
Variabelen	<u>Kwalitatief</u> nt op numerieke meetschaal meten
	<u>nominaal</u> = klasseren in categorieën
	<u>ordinaal</u> = ordenen
	<u>Kwantitatief</u> meten met op numerieke schaal
	<u>intervalschaal</u> = nulpt arbitrair kiezen
	<u>ratioschaal</u> = natuurlijk nulpt
	<u>continu</u> = tss 2 waarden, een 3 ^e onaftelb
	<u>discreet</u> = eindig #waarden
Hoofdstuk 2	
Univariaat	analyse van een enkele kansvariabele
Datamatrix	Tabel: elementen in rijen, variabelen in kolommen
(absolute) frequentie	#elementen die in een categorie horen
Relatieve frequentie	Verhouding absolute f / totaal
Staafdiagram	Weergave van frequenties
Pareto diagram	Staafdiagram herschikken volgens dalende f, relatieve f cumeleren
Cirkeldiagram	(nominale variabele)
Univariate kwantitatieve geg (geg van 1 kwant var weergegeven)	<u>Discreet</u> -stengel-en-bad diagram -staafdiagram <u>Continu</u> : -histogram -frequentiepolygoon
Histogram	Geeft continue variabelen weer
Klassebreedte	Breedte klassen in histogram $\#klassen = \sqrt{\text{totaal} \#gegevens}$ (max 20) $\text{Klassenbreedte} = \frac{\text{max} - \text{min}}{\#klassen}$
Frequentiepolygoon	Grafiek die middens vd toppen vh histogram verbindt
Bivariate gegevens	Geeft gegevens van twee kwal variabelen tegelijk weer -kruistabel -meervoudig staafdiagram (of stapeldiagram) 2 kwantitatieve geg -scatterdiagram (puntenwolk)
Kwantitatieve variabelen	-cumulatieve verdelingsfunctie -kwantielfunctie
(empirische) cumulatieve verdelingsfunctie ($\wedge$ = steekproef)	$\hat{F}_n(x) = \frac{\#waarnemingen < x}{n}$ (n = totaal #geg) =trapfunctie
Kwantielfunctie	Inverse cumulatieve verdelingsfunctie (x_i kleinste waarneming) $\hat{Q}_n(p) = x_i$ met $i \lceil np \rceil$
Een statistiek	Gegevens samenvatten in 1 getal dat kenmerkend is voor de volledige steekproef

Centrumkenmerken	getal ligt ergens in het midden
Spreidingskenmerken	Geeft verspreiding tov centrum weer
Getrimd gemiddelde	Gemiddelde vd resterende gegevens (laat uitschieters vallen)
Modus	Element dat het meest voorkomt in de steekproef
Standaardisatie	Lineaire transformatie vd geg (met $a = 1/s$ en $b = -\mu/s$)
Spreidingsbreedte/bereik	Verschil tussen grootste en kleinste waarneming
Boxplot	= box-and-whisker plot Mogelijke uitschieters buiten interval: $[Q_1 - 1.5IQR ; Q_3 + 1.5IQR]$
Empirische scheefheid	Geeft asymmetrie v/e steekproef weer
Empirische kurtosis	Meet dikte staart steekproef
Covariantie	Meet de lineaire associatie
Kleinstekwadratenmethode	Zoekt rechte die totale afwijking tss punten en rechte zo klein mogelijk maakt

Gebruikte symbolen

Naam	Symbool	Formule
Centrumkenmerken		
Gemiddelde	$\bar{X} = \mu$	$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Gewogen som/gemiddelde (mj = mogelijke waarden, fj = abs f) (k = #mogelijke waarden)	$\bar{X} = \mu$	$\mu = \sum_{j=1}^k f_j m_j$
Mediaan	med(x)	
Spreidingskenmerken		
(steekproef)variantie (x = steekproef)	var(x) s_x^2	$var(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$
Steekproefstandaardafwijking	s	$s = \sqrt{s^2}$
Standaardisatie	z_i	$z_i = \frac{x_i - \mu}{s_x}$
Variatiecoëfficiënt	c_v	$c_v = \frac{s_x}{I\mu I}$
Interkwartielafstand	IQR	$Q_3 - Q_1$
Empirische k-de orde moment	m_k	$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$
Empirische k-de orde centrale moment	m'_k	$m'_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^k$
Empirische scheefheid	γ	$\hat{\gamma} = \frac{m'_3}{(m'_2)^{\frac{3}{2}}}$
Empirische kurtosis	k	$\hat{k} = \frac{m'_4}{(m'_2)^2}$
Steekproefcovariantie	$Cov(x,y) = s_{xy}$	$s_{xy} = \frac{1}{1-n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)(y_i - \bar{y})$
Correlatiecoëfficiënt	$r(x,y)$	$r(x,y) = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{var(x)} * \sqrt{var(y)}}$
Kleinste kwadraten methode		$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$
		$a = \frac{cov(x,y)}{var(x)} \quad \text{en} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$

Hoofdstuk 3		
	Kansexperimenten	= stochastische experimenten
Ω	Steekproef- / uitkomstenruimte	Verzameling van alle mogelijke uitkomsten
A	Gebeurtenis	Elke (deel)verzameling vd uitkomsten
	Elementaire gebeurtenis	Deelverzamelingen met slechts één element
	Zekere gebeurtenis	Uitkomstenruimte is zelf een gebeurtenis
	Onmogelijke gebeurtenis	Lege verzameling is ook een gebeurtenis
A^c	Complementaire gebeurtenis	Treedt op wnr A niet optreedt
$\cup$	Vereniging / unie	Of
$\cap$	Doorsnede	En
	Exhaustief	Wanneer de unie de volledige uitkomstenruimte is
	Disjunct	2 gebeurtenissen sluiten elkaar uit
	Partitie	Gebeurtenissen zijn zowel exhaustief als disjunct
$\subseteq$	Impliceren	Als A optreedt, dan treedt B ook op
$/$	Verschil	Gebeurtenis B treedt op zonder A
	Kansruimte	Het paar (Ω, P)
	Frequentie- / empirische definitie	Stabilisatiewaarde vd relatieve frequentie A onder een groot aantal proeven
	Kansdefinitie van Laplace	Symmetrisch experiment -eindig #mogelijke uitkomsten -elke uitkomst is even waarschijnlijk
	A posteriori kans $P(A B)$	= voorwaardelijke kans
	A priori kans $P(A)$	= onvoorwaardelijke kans
	Onafhankelijke gebeurtenis	Het al dan niet optreden van B geeft geen invloed op het optreden van A
	Wet van de totale kans	Onvoorwaardelijke kans in termen van een voorwaardelijke kans schrijven
	Regel van Bayes	

❖ **Laplace:** $P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$

- $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$ (beiden disjunctief)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (willekeurige gebeurtenissen) = optelregel
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
= uitbreiding optelregel
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- als $A \subseteq B$ dan $P(A) \leq P(B)$ en $P(B/A) = P(B) - P(A)$
OF $B = A \cup (B/A)$ en dus $P(B) = P(A) + P(B/A)$
- $P(A \cap B) \leq P(A) + P(B)$

❖ **combinatorische kansrekeningen**

	Herhaling TOEGELATEN	Herhaling NIET TOEGELATEN
Volgorde VAN belang	$\bar{V}_n^k \quad \bar{p}^{x,y,\dots}_n$	$V_n^k \quad P_n$
Volgorde NIET van belang	$\bar{C}_n^k$	C_n^k

OPGELET: een verschillende opdracht: C_n^k

dezelfde opdracht: C_n^k / P_n (onderlinge verwisseling wegdelen)

- $\bar{V}_n^k = n^k$
- $V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
- $\bar{p}^{x,y,\dots}_n = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_m!}$ (met n_1 etc = #keren bepaald element voorkomt) (anagram)
- $\bar{C}_n^k = \frac{(k+n-1)!}{(n-1)!k!}$
- $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

❖ **Voorwaardelijke kans**

- $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- $P(A^c | B) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = 1 - P(A | B)$
- $P(A \cap B) = P(B) * P(A | B)$ (vermenigvuldigingsregel) (afhankelijk van elkaar)
- MAAR OOK
- $P(A \cap B) = P(A) * P(B | A)$ (uitbreiding ook kunnen gebruiken)

❖ **onafhankelijke gebeurtenis**

- $P(A) = P(A | B)$ (A is onafhankelijk van B)
- $P(B) = P(B | A)$ (B is onafhankelijk van A)
- $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

❖ **Wet van de totale kans**

- $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) * P(B_i)$ (onvoorwaardelijke kans al voorwaardelijk schrijven)

❖ **Regel van Bayes**

- $P(A | B) = \frac{P(A) * P(B | A)}{P(A) * P(B | A) + P(A^c) * P(B | A^c)} = \frac{P(A_i) * P(B | A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j) * P(B | A_j)}$

EN $\rightarrow P(X) * P(Y)$

OF $\rightarrow P(X) + P(Y)$

Hoofdstuk 4		
Stochastische / kansvariabele	$X(.)$	Functie X die de uitkomstenruimte Ω afbeeldt op $\mathbb{R}$
$X = x$		"de functie $X(.)$ heeft als waarde x "
Cumulatieve verdelingsfunctie	$F_X(X)$	Kans op een uitkomst kleiner dan of gelijk aan
Staart- / overlevingsfunctie		Complement vd cumulatieve overlevingsfunctie
Discrete kansvariabele	$p_X(m_i)$	Kansvariabele die slechts een eindig /aftelbaar oneindig #waarden kan aannemen
Continue kansvariabele		Kansvariabele die een onaftelbaar #waarden kan aannemen
Kansdichtheid	$f_X(x)$	Afgeleide van de verdelingsfunctie $F_X(X)$
μ_X		Populatiegemiddelde
Standaarddeviatie	σ_X	= standaardafwijking Maat voor de spreiding van een variabele
Kwantielfunctie	$Q_X(p)$	Inverse van de verdelingsfunctie
p-kwantiel		De waarde van deze functie in een punt p Kleinste getal waarvoor $F_X(x) \geq p$
Modus		Waarde waarvoor kansverdeling/kansdichtheid een (lokaal) maximum bereikt

❖ Cumulatieve verdelingsfunctie

- $F_X(X) = P(X \leq x), x \in \mathbb{R}$
- $\bar{F}_X(X) = P(X > x) = 1 - P(X \leq x) = 1 - F_X(X)$ (staartfunctie)
- $P(x_1 < X \leq x_2) = F_X(x_2) - F_X(x_1)$ ($x_1 < x_2$)

❖ Discrete kansvariabele

- $p_X(m_i) = P(X = m_i), i = 1, 2, \dots, k$ (kansverdeling)
- $\sum_{i=1}^k p_X(m_i) = 1$

❖ Cumulatieve verdelingsfunctie van een discrete kansvariabele

- $F_X(X) = P(X \leq x) = \sum_{m_i \leq x} p_X(m_i), x \in \mathbb{R}$ (kan niet >1)

❖ Continue kansvariabele

- $f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x)$ (kansdichtheid) (kan >1)
- $P(X = x) = \int_x^x f_X(y) dy = 0$

❖ Kansdichtheid bij een lineaire transformatie

- $F_Y(y) = \frac{1}{|a|} f_X\left(\frac{y-b}{a}\right)$ (bewijs)

❖ Kenmerken van populatieverdelingen

- $\mu_x = E(X) = \sum_{i=1}^k m_i p_X(m_i)$ (discrete)
- $\mu_x = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$ (continue)
- $E(Y) = E(aX + b) = aE(X) + b$ (lineaire transformatie)
- $E(Y) = E(X - E(X)) = 0$ (gecentreerde kansvariabele)
- $E(X) = c$ (cont. kansvar waarvan f_x sym is tov rechte)
- $P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}, \forall a > 0$ (ongelijkheid van Markov)(2 bewijzen)

❖ Variantie en standaardafwijking v/e kansvariabele

- $\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - (E(X))^2$ (bewijs)
- $\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^k (m_i - E(X))^2 p_X(m_i)$ (discrete)
- $\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(x))^2 f_X(x) dx$
- $\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$
- $\text{Var}(Y) = a^2 \text{Var}(X)$ (lineaire transformatie)
- $\sigma_x = |a| \sigma_x$ (lineaire transformatie)
- $\text{Var}(b) = 0$ (var van een constante = 0)
- $P(|X - E(X)| \geq t) \leq \frac{\text{Var}(X)}{t^2}, \forall a > 0$ ($t = k\sigma_x$) (ongelijkheid van Chebyshev)
- $Z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x}$ (gestandaardiseerde kansvariabele)
- $E(Z) = 0$
- $\text{Var}(Z) = 1$ (zelf kunnen nagaan)

❖ Kwantielen, mediaan en kwartielen

- $Q_X(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq p\}, 0 < p < 1$
- $\int_{-\infty}^{Q_X(p)} f_X(x) dx = p$ (kwantiel v/e continue variabele)
- $\text{Med}(X) = Q_X(0.5)$

❖ Andere kenmerken

- $\gamma_x = \frac{E[(X - \mu_x)^3]}{\sigma_x^3}$
- $\gamma_x = \gamma_y \quad (Y = X + c)$ (bewijs)(verschuiving geen effect op scheefheid)
- $\gamma_x = 0$ (bewijs)(kansvar waarbij f_x sym is tov rechte)
- $K_x = \frac{E[(X - \mu_x)^4]}{\sigma_x^4}$

Hoofdstuk 5	
Multivariate kansvariabele	→ X Meerdere reële getalen kunnen worden geassocieerd met elke mogelijk uitkomst Functie die de uitkomstenruimte afbeeldt op $\mathbb{R}^k$
$p(x,y)$	(gezamenlijke) kansverdeling van (X, Y) discreet
$p_X(x)$ en $p_Y(y)$	Marginale kansverdeling
$f(x,y)$	(gezamenlijke) kansdichtheid van (X, Y) Continu
$f_X(x)$ en $f_Y(y)$	Marginale kansdichtheid
$\rho(X,Y)$	Correlatiecoëfficiënt
$\rho(X,Y) = 0$	Ongecorrleerde kansvariabelen Onafhankelijk = ongecorrleerd (maar niet omgekeerd)
Efficiënt portefeuille	Portefeuilles die niet gedomineerd worden
Efficiënt frontieer	Alleen efficiënte portefeuilles overhouden

❖ Discrete multivariate kansvariabelen

- $p(x,y) = P(X = x_i, Y = y_j) = P((X = x_i) \cap (Y = y_j))$
- $\sum_i \sum_j p(x_i, y_j) = 1$ (gezamenlijke kansverdeling)
- $p_X(x_i) = \sum_j p(x_i, y_j)$ (marginale)
- $p_Y(y_j) = \sum_i p(x_i, y_j)$

❖ continue multivariate kansvariabelen

- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dx dy = 1$ (gezamenlijke kansdichtheid)
 - $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dy$ (marginale)
 - $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dx$
- indien kansvariabelen onafhankelijk zijn, zijn gezamenlijke = product v marginale

❖ afhankelijkheid en voorwaardelijke verdeling

- $p(x_i, y_j) = p_X(x_i) * p_Y(y_j)$ (discreet) (indien onafhankelijk)
- $f(x,y) = f_X(x) * f_Y(y)$ (continu) (indien onafhankelijk)
- $p_{X|Y}(x_i, y_j) = P(X = x_i | Y = y_j) = \frac{P(X = x_i \cap Y = y_j)}{P(Y = y_j)} = \frac{p(x_i, y_j)}{p_Y(y_j)}$ (voorwaardelijke kansverdeling van X)
- $\sum_i p_{X|Y}(x_i, y_j) = 1$
(analoog voor Y)
- $f_{X|Y}(x | y) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$ en $f_{Y|X}(y | x) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)}$ (voorwaardelijke kansdichtheid)

❖ Kenmerken

- $E[g(X,Y)] = \sum_i \sum_j g(x_i, y_j) p(x_i, y_j)$ (discreet)
- $E[g(X,Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) p(x, y) dx dy$ (continu)
- $E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$ (lineaire combinatie)(2xbewijs)
- $E(a_0 + a_1X_1 + \dots + a_nX_n) = a_0 + a_1E(X_1) + \dots + a_nE(X_n)$ (bewijs)
- $E(XY) = E(X) * E(Y)$ (indien X en Y onafh) (factorisatie)(2xbewijs)
- $Cov(X,Y) = E[(X - E(X)) (Y - E(Y))]$
- $\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$
 - $\rho(X,Y) = \sum_i \sum_j (x_i - E(X)) (y_j - E(Y)) p(x_i, y_j)$ (discreet)
 - $\rho(X,Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X)) (y - E(Y)) f(x,y) dx dy$ (continu)
- $Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ (rekenformule)
- $Cov(a_1X + b_1; a_2Y + b_2) = a_1a_2 Cov(X,Y)$ (bewijs)
- $\rho(a_1X + b_1; a_2Y + b_2) = \text{teken}(a_1a_2) \rho(X,Y)$ $-1 \leq \rho(X,Y) \leq 1$ indien lineair verband

onafhankelijke kansvariabelen:

- $Cov(X,Y) = 0 = \rho(X,Y)$ (volgt uit rekenformule & factorisatie)
(indien X en Y onafhankelijk)
- $Var(aX + bY + c) = a^2Var(X) + b^2Var(Y) + 2abCov(X,Y)$ (bewijs)
- $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$ (indien X en Y onafhankelijk zijn)
- $Var(a_0 + \sum_{i=1}^n a_iX_i) = Cov(\sum_{i=1}^n a_iX_i, \sum_{j=1}^n a_jX_j)$ (lineaire transformatie $n > 2$)
 $= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j Cov(X_i, Y_j)$
- $Cov(X + Y, Z) = Cov(X,Z) + Cov(Y,Z)$ (bewijs)

Hoofdstuk 6 (discrete verdelingen)	
Uniforme verdeling	Elke mogelijke waarde 1,2 ..., k heeft dezelfde kans om op te treden
Bernoulli / alternatieve verdeling $X \sim B(1,p)$	Enkel kans op succes meten ($p = \text{succes} / q = \text{mislukking}$)
Binaire / dichotome variabele	Kansvariabele X die slechts 2 waarden kan aannemen
Binomiale verdeling $X \sim B(n,p)$	Opeenvolging van identieke en onafhankelijke Bernoulli experimenten, met interesse in #successen
Poisson verdeling $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$	$p = \lambda/n$ met λ een positieve constante modelleren van #keren een gebeurtenis zich voordoet in een bepaalde eenheid van tijd of ruimte
Intensiteit λ	Het gemiddeld #gebeurtenissen in de gekozen eenheid
Geometrische verdeling $X \sim \text{Geom}(p)$	Opeenvolging van identieke en onafhankelijke Bernoulli experimenten, met interesse in #exp nodig om een eerste succes te observeren
Hypergeometrische verdeling $X \sim \text{HGeom}(N,r,n)$ ($X \sim B(n, r/N)$)	N = populatie van grootte r = #elementen n = steekproef (met teruglegging) (zonder teruglegging)

❖ Uniforme verdeling

- $\sum_{i=1}^k p_X(i) = 1$
- $p_X(i) = \frac{1}{k} \quad i = 1, \dots, k$
- $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{k} & x \in [i, i+1[\text{ met } i = 1, \dots, k-1 \\ 1 & x \geq k \end{cases}$
- $E(X) = \frac{k+1}{2}$ (bewijs)
- $E(X) = a + \frac{k-1}{2}$ ($X = a + (X' - 1)b$)
- $\text{Var}(X) = \frac{k^2-1}{12}$ (bewijs)
- $\text{Var}(X) = b^2 \frac{k^2-1}{12}$ ($X = a + (X' - 1)b$)

❖ Bernoulli verdeling

- $E(X) = p$ (bewijs)
- $\text{Var}(X) = p(1-p) = pq$ (bewijs)

❖ Binomiale verdeling

- $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k = 0, 1, \dots, n$ (met k successen uit n)
- $p_X(k) = (p + 1 - p)^n = 1$
- $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$ (binomium van Newton)
- $E(X) = np$
- $E(Y_1 + \dots + Y_n) = E(Y_1) + \dots + E(Y_n)$ (indien onafhankelijk)

- $\text{Var}(X) = np(1-p) = npq$
- $\text{Var}(Y_1 + \dots + Y_n) = \text{Var}(Y_1) + \dots + \text{Var}(Y_n)$ (indien onafhankelijk)
- $Z = X_1 + X_2 \sim B(n_1 + n_2, p)$ (som vd binomiale verdelingen
 $n_1 + n_2$ onafhankelijke Bern experimenten)
- $Y = n - X \sim B(n, 1-p)$ (#mislukkingen)
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|\frac{Yn}{n} - p| \geq \varepsilon) = 0$ (wet van de grote aantallen)
- ➔ $P(|\frac{Yn}{n} - p| \geq \varepsilon) \leq \frac{\text{Var}(\frac{Yn}{n})}{\varepsilon^2}, \forall \varepsilon > 0$ volgt uit Chebyshev

❖ Poisson verdeling

- $p_X(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k \in \mathbb{N}$ (vuistregel: $n > 30$ en $p < 0.1$)
- $p_X(k) > 0$
- $e^z = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{k!}$
- $\sum_{k=0}^{+\infty} p_X(k) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} e^{\lambda}$
- $E(X) = \lambda$
- $\text{Var}(X) = \lambda(\lambda+1) - \lambda^2 = \lambda$
- $Z = X_1 + X_2 \sim \text{poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$ (som vd poisson verdelingen) **(bewijs)**

❖ Geometrische verdeling

- $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}, k = 1, 2, \dots$ ($p \in]0,1[$)
- $p_X(k) > 0$
- $\sum_{k=1}^{+\infty} p_X(k) = 1$ **(bewijs)**
- $F_X(n) = P(X \leq n) = 1 - (1-p)^n$ (cum. verdelingsfunctie) **(bewijs)**
- $F_X(n) = P(X > n) = (1-p)^n$ (staartfunctie)
- $E(X) = \frac{1}{p}$
- $\text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$
- $P(X > k_1 + k_2 | X > k_1) = P(X > k_2)$ (geheugenloosheid vd geom verd) **(bewijs)**

Enige discrete verdeling met deze eigenschap!!!

❖ Hypergeometrische verdeling

- $p_X(k) = \frac{\binom{r}{k} \binom{N-r}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \max(0, n - (N-r)) \leq k \leq \min(n, r)$
- $E(X) = \frac{nr}{N}$
- $\text{Var}(X) = \frac{nr(N-r)(N-n)}{N^2(N-1)}$

❖ ZRM

(2ND VARS)	Kansverdeling $P(X = x)$ pdf	Cumulatieve verdelingsfunctie $P(X \leq x)$ cdf
------------	---------------------------------	--

