



Examen: Wiskunde voor bedrijfskundigen I-A / Wiskunde I-A
Academiejaar: 2015/2016

Bachelor Handelswetenschappen
Zittijd: 2

☞ Duur van het examen: 2u30.

☞ Het gebruik van een zakrekenmachine is NIET toegelaten. Laat getallen die je zonder rekenmachine niet kan berekenen gewoon staan (zoals bijvoorbeeld e^{-2} , $\log_2 \pi$, $\sqrt{3}$, etc.).

☞ Alle limieten moeten berekend worden zonder de regel van de l'Hospital.

1. (a) 5 ptn **Vul in.** Geef je antwoord in de tweede kolom naast het vraagnummer.

(Scoreberekening: 1 pt per correct antwoord, 0 pt per foutief antwoord.)

1) Als f een oneven functie is en $f(-2) = -3$, dan $f(2) = \dots$ 1)

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \dots$ 2)

3) $\text{Bgc}(-1/2) = \dots$ 3)

4) $\log_{1000} 10 = \ln(e^{\dots})$ 4)

5) Zij f en g negatieve functies met $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ en $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$. 5)
 Dan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)/g(x) = \dots$

(b) 3 ptn **Juist of fout?** Indien juist, argumenteer. Indien fout, leg uit met een concreet tegenvoorbeeld.

Als f continu is op $]0, 1]$ en $0 \in \text{dom } f$, dan $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.

(c) 4 ptn Geef de definitie van een schuine asymptoot (SA) op $+\infty$ van een functie.

Heeft de functie $f(x) = 2x - 5 + \ln x$ een SA $y = 2x - 5$ op $+\infty$? Leg uit.

2. 7 ptn Bepaal het domein van de volgende functie:

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{2x - x^2}}{(\ln x)^2 - \ln x^2 - 5 \log_2 8}$$

3. Gegeven is de functie

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{1-x}}$$

(a) 3 ptn Onderzoek of deze functie injectief is.

(b) 3 ptn Bepaal het beeld van deze functie.

(c) 3 ptn Bepaal de verticale asymptoot(en) aan de grafiek van deze functie.

(d) 4 ptn Bepaal de horizontale en/of schuine asymptoot(en) aan de grafiek van deze functie.

4. Een bedrijf kent volgende verbanden voor de productie van een zeker consumptieartikel:

$$p = -0,4q + 10 \text{ (prijs per eenheid)}$$

$$k = 0,1q + \frac{18}{q} \text{ (kost per eenheid)}$$

(a) 2 ptn Bepaal het voorschrift van de winstfunctie $W = W(q)$.

(b) 4 ptn Voor welke waarden van q maakt het bedrijf winst voor dit consumptieartikel?

5. 7 ptn Gegeven de functie

$$f(x) = \begin{cases} \log(\sqrt{1000} - x) & \text{als } x \leq 0 \\ \frac{2 \sin \frac{x}{3}}{x} & \text{als } 0 < x < 3\pi \\ \cos(2\pi - \frac{x}{2}) & \text{als } x \geq 3\pi \end{cases}$$

Bepaal de discontinuïteitspunten van deze functie en ga voor elk discontinuïteitspunt na of het ophefbaar of essentieel is.

6. 5 ptn Bereken de volgende limiet

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{4 - x^2}$$

Examen: WISKUNDE voor bedrijfskundigen I-A

Bachelor Handelswetenschappen

FAMILIENAAM: (HOOFDLETTERS A.U.B.)

VOORNAAM: **MODEL OPLOSSING** (HOOFDLETTERS A.U.B.)

STUDENTENNUMMER: DATUM: / / 20

VOLGNUMMER:

VRAAG	SCORE	OP
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Totaal		

- Schrijf duidelijk. Gelieve geen rode kleur of potlood te gebruiken.
- Noteer op elk beschreven blad je naam.
- Bladzijden worden niet afgescheurd, ook al zijn ze niet beschreven. Je hoeft niet alle witruimte te benutten. Dit hangt van de vraag af. Gebruik zo nodig de keerzijde van het blad.
- Noteer zorgvuldig het eindantwoord in het voorziene kader. Eronder geef je dan de verklarende argumenten of berekeningen die nodig zijn om tot het eindantwoord te komen. *Voor een eindresultaat zonder verklarende argumenten of berekeningen krijg je geen punten, zelfs indien dit resultaat correct is.*
- Als een vraag uit onderdelen (a, b, c, ...) bestaat, gebruik je een volle streep om de antwoorden van elkaar te scheiden.

VRAAG 1.

Antwoord:

a) $3, -\infty, 27/3, 1/3, 0$

b) FOUR

Uitwerking:

b) $0 \in \text{dom } f$ garandeert geen continuïteit in 0

Tegenrb: een functie die ctu is op $]0,1]$, met $f(0)$ bestaande,
en die niet rechtsctu is in 0

Dus brb.
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{als } x \in]0,1] \\ 1 & \text{als } x = 0 \end{cases}$$

c) Def SA: zie cursus - def. met verschilfunctie $v(x)$

Toepassing $f(x) = 2x - 5 + \ln(x)$.

Hier is $v(x) = \ln x$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \neq 0$$

$\Downarrow$

$y = 2x - 5$ is
geen SA op $+\infty$.

VRAAG 2.

Antwoord:

Uitwerking:

Bvw: ① $x > 0$

② $(\ln x)^2 - \ln x^2 - 5 \log_2 8 \neq 0$

Uitwerking:

① $x \in \mathbb{R}_0^+ =]0, +\infty[$

② $(\ln x)^2 - 2 \ln x - 5 \cdot 3 \neq 0$

$\Leftrightarrow t^2 - 2t - 15 \neq 0$ stel $t = \ln x$

$D = 64$ of $\Delta = 2/p = -15$

$t = \frac{2 \pm 8}{2} \begin{matrix} 5 \\ -3 \end{matrix}$

$\Leftrightarrow t \neq 5$ en $t \neq -3$

$\Downarrow$
 $\ln x \neq 5$

$\Downarrow$
 $x \neq e^5$

$\Downarrow$
 $\ln x \neq -3$

$\Downarrow$
 $x \neq e^{-3} = \frac{1}{e^3}$

Domein: $\mathbb{R}_0^+ \setminus \{e^{-3}, e^5\}$

$=]0, e^{-3}[\cup]e^{-3}, e^5[\cup]e^5, +\infty[$

VRAAG 3. Wi I. A 2° Kt '15-'16

Antwoord:

a f is bijectiefc. VA: $x=1$ b $\text{bld } f =]0, +\infty[$ d LHA: $y=0$

Uitwerking:

a Th pag 11

f is injectief $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in \text{def } f) (f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2)$
 Stel $x_1, x_2 \in \text{def } f =]-\infty, +1[$

$$\frac{2}{\sqrt[4]{1-x_1}} = \frac{2}{\sqrt[4]{1-x_2}} \Rightarrow \sqrt[4]{1-x_1} = \sqrt[4]{1-x_2} \Rightarrow 1-x_1 = 1-x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

dus f is injectief

b. $\text{bld } f$ kan je vinden door $f^{-1}(y)$ te zoeken

$$y = \frac{2}{\sqrt[4]{1-x}} \Rightarrow y^4 = \frac{16}{1-x} \Rightarrow 1-x = \frac{16}{y^4}$$

"kv" $y \geq 0$ BV $y \neq 0$

$$\Rightarrow f^{-1}(y) = 1 - \frac{16}{y^4} = x \quad y \in]0, +\infty[= \text{bld } f$$

c VA: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{\sqrt[4]{1-x}} \left(= \frac{2}{0^+} \right) = +\infty$

Th $\text{def } f \leftarrow x < 1$

VA: $x=1$

d LHA $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{\sqrt[4]{1-x}} \left(= \frac{2}{\sqrt[4]{+\infty}} \right) = \frac{2}{+\infty} = 0$

Th $\text{def } f \leftarrow x < -\infty$

LHA: $y=0$

Opm.: LSA kan niet wegens bestaan LHA

RSA/RHA zinledig $+\infty \notin \text{adh def } f$

VRAAG 5.

Antwoord:

f is essentieel discontinu in $x_0 = 0$

Uitwerking:

Te onderzoeken:

1) dom $\log(\sqrt{1000-x})$: B.V.; $\sqrt{1000-x} > 0$

$$\Leftrightarrow x < \sqrt{1000}$$

steeds voldaan, want $x \leq 0$

2) $x_0 = 0$

$$LL = \lim_{x \rightarrow 0^-} \log(\sqrt{1000-x}) = \frac{3}{2}$$

$$RL = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2 \frac{\sin \frac{x}{3}}{x} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0^+} \underbrace{\frac{\sin \frac{x}{3}}{\frac{x}{3}}}_{BL. = 1} = \frac{2}{3}$$

$\Rightarrow LL \neq RL$: f is essentieel discontinu in $x_0 = 0$

3) $x_0 = 3\pi$

$$LL = \lim_{x \rightarrow 3\pi^-} 2 \frac{\sin \frac{x}{3}}{x} = \frac{2 \sin \pi}{3\pi} = 0$$

$$RL = \lim_{x \rightarrow 3\pi^+} \cos\left(2\pi - \frac{x}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$\Rightarrow LL = RL = f(3\pi)$: f is continu in $x_0 = 3\pi$

VRAAG 6.

Antwoord:

$$-\frac{1}{16}$$

Uitwerking:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{4 - x^2} = \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{(4 - x^2)(\sqrt{x+2} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{x+2-4}^{=x-2}}{+(2-x)(2+x)(\sqrt{x+2} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(2+x)(\sqrt{x+2} + 2)}$$

$$= \frac{-1}{(2+2)(\sqrt{2+2} + 2)} = -\frac{1}{16}$$